

Por mandato constitucional, las leyes electorales deben especificar la forma de distribuir los escaños disponibles entre los partidos que concurren a las elecciones atendiendo a criterios de representación proporcional. En España se utiliza para ello un procedimiento, conocido como ley d'Hondt, que pretende proporcionar una buena aproximación a la representación proporcional. Sin embargo, un estudio reciente ha demostrado que el problema de determinar la mejor aproximación posible a una asignación proporcional de escaños tiene, en la práctica, una única solución matemáticamente correcta, que no es la que actualmente se utiliza. Se describe un procedimiento que permite obtenerla con facilidad, y se ilustra con resultados de las últimas elecciones catalanas.

El artículo 68 de la Constitución española señala que la circunscripción electoral es la provincia, específica que ley electoral distribuirá el número total de Diputados del Congreso entre las circunscripciones asignando una representación mínima inicial a cada una y distribuyendo los demás en proporción a la población, y ordena que la distribución de escaños entre los partidos en cada circunscripción se efectúe "atendiendo a criterios de representación proporcional". Como el número de escaños que se asigna a cada partido debe ser un número entero, no es posible una distribución de escaños exactamente proporcional a los votos obtenidos por cada partido. Para resolver este problema, la ley electoral vigente utiliza un procedimiento conocido como ley d'Hondt. Es fácil comprobar, sin embargo, que este procedimiento distorsiona la voluntad popular, distribuyendo los escaños de una forma que no respeta la representación proporcional. Un reciente estudio matemático realizado en la Universidad de Valencia, demuestra que el problema del reparto entero de escaños de forma aproximadamente proporcional tiene, en la práctica, una única solución óptima, independiente del concepto de aproximación utilizado, y describe un método sencillo para obtenerla. La solución propuesta permite mejorar también la proporcionalidad de la representación obtenida tanto en las elecciones autonómicas como en las elecciones municipales, puesto que, en ambos casos, las leyes electorales vigentes hacen uso de la ley d'Hondt para distribuir los escaños autonómicos correspondientes a cada provincia, o los concejales correspondientes a cada municipio.

#### ► El análisis matemático proporciona la solución correcta

Las diferencias reales entre la solución proporcionada por la ley d'Hondt y la solución correcta pueden ser ilustradas con los resultados correspondientes a la provincia de Lleida en las elecciones autonómicas catalanas del pasado 16 de

## SISTEMA ELECTORAL

# Una alternativa a la ley d'Hondt

JOSÉ MIGUEL BERNARDO

### ■ Asignación de escaños autonómicos (Lleida, 2003)

15 ESCAÑOS	CiU	PSC	ERC	PP	ICV	TOTAL
<b>Votos</b>	83.636	45.214	40.131	19.446	8.750	197.177
<b>Porcentaje de votos</b>	42,42%	22,93%	20,35%	9,96%	4,44%	100,00%
<b>Solución ideal</b>	6,36	3,44	3,05	1,48	0,67	15,00
<b>Solución correcta</b>	6	3	3	2	1	15
<b>Porcentaje de escaños</b>	40,00%	20,00%	20,00%	13,33%	6,67%	100,00%
<b>Solución d'Hondt</b>	7	4	3	1	0	15
<b>Porcentaje de escaños</b>	46,67%	26,67%	20,00%	6,67%	0	100,00%

### ■ Algoritmo para una correcta asignación de escaños (Lleida, 2003)

15 ESCAÑOS	CiU	PSC	ERC	PP	ICV	TOTAL
<b>Votos</b>	83.636	45.214	40.131	19.446	8.750	197.177
<b>Solución ideal</b>	6,36	3,44	3,05	1,48	0,67	15
<b>Límites inferiores</b>	6	3	3	1	0	
<b>Límites superiores</b>	7	4	4	2	1	
<b>Diferencias absolutas inferiores</b>	0,36	0,44	0,05	0,48	0,67	
<b>Diferencias absolutas superiores</b>	0,64	0,56	0,95	0,52	0,33	
<b>Solución correcta</b>	6	3	3	2	1	15

EL PAÍS

Se propone una modificación a la ley electoral para aproximarla al mandato constitucional de representación proporcional

Noviembre (ver primer gráfico). En ese caso, los votos finalmente obtenidos por los cinco partidos que, habiendo conseguido al menos un 3% de los votos válidos en toda Catalunya, podían optar a representación parlamentaria (CiU, PSC, ERC, PP e ICV) fueron, en ese orden, 83.636, 45.214, 40.131, 19.446 y 8.750, es decir 42,42%, 22,93%, 20,35%, 9,86% y 4,44% del total de votos obtenidos en Lleida por esos cinco partidos. La ley electoral vigente atribuye a Lleida 15 de los 135 escaños del parlamento catalán; para que su distribución fuese exactamente proporcional CiU, PSC, ERC, PP e ICV deberían haber recibido 6,36, 3,44, 3,05, 1,48 y 0,67 escaños respectivamente. Si, de acuerdo con la Constitución, se trata de conseguir una distribución proporcional, ésta sería la solución ideal. El problema técnico consiste en aproximar estos valores por números enteros, para convertir la solución ideal en una solución posible, y hacerlo de forma que el resultado represente una distribución de escaños tan cercana a la distribución de votos como sea posible. Puede demostrarse que la solución correcta es atribuir 6, 3, 3, 2 y 1 escaños a CiU, PSC, ERC,

PP e ICV, respectivamente, lo que representa el 40%, 20%, 20%, 13,33% y 6,67% de los 15 escaños.

Puede comprobarse que (como resulta casi evidente a simple vista), cualquiera que sea el criterio de aproximación que se quiera utilizar, la distribución de escaños correspondiente a la solución correcta está notablemente más próxima a la distribución de votos que la distribución de escaños correspondiente a la ley d'Hondt.

#### ► La ley d'Hondt no respeta la proporcionalidad y favorece a los partidos mayoritarios

En análisis matemático existen muchas formas diferentes de medir la discrepancia entre dos distribuciones.

Entre las más utilizadas están la distancia euclídea, la distancia de Hellinger y la discrepancia logarítmica. En el caso de Lleida, se ha comprobado que, entre las 3876 formas posibles de distribuir sus 15 escaños entre los cinco partidos con derecho a representación parlamentaria, existen 24 asignaciones mejores que la proporcionada por la Ley d'Hondt, en el sentido de que definen una dis-

tribución de escaños más próxima a la distribución de votos para cualquiera de esas medidas de discrepancia. En particular, la solución correcta está 8,1 veces más cerca de la solución ideal que la solución d'Hondt si se utiliza la distancia de Hellinger para medir la proximidad, 4,6 veces más cerca si se utiliza la discrepancia logarítmica, y 1,4 veces más cerca si se utiliza la distancia euclídea.

Las diferencias entre la solución correcta y la ley d'Hondt tienden a desaparecer cuando aumenta el número de escaños a repartir. Por ejemplo, la solución d'Hondt para la distribución de los 85 escaños de la provincia de Barcelona en esas mismas elecciones coincide con la distribución correcta. Recíprocamente, las diferencias aumentan cuando el número de escaños a repartir disminuye. Por ejemplo, si sólo se repartiesen 2 escaños entre 2 partidos, la ley d'Hondt asignaría los 2 escaños al partido mayoritario siempre que éste obtuviese al menos dos terceras partes de los votos, mientras que la solución correcta con la distancia euclídea es hacerlo únicamente a partir de las tres cuartas partes, y la solución con la de Hellinger a partir de las cuatro quintas partes. La tendencia de la Ley d'Hondt a distorsionar la voluntad popular en el sentido de favorecer a los partidos mayoritarios resulta evidente.

#### ► Fácil determinación de la solución correcta

Para cualquier conjunto de resultados electorales, la solución que minimiza la distancia euclídea (una extensión de la distancia entre dos puntos del plano dada por el teorema de Pitágoras) puede ser encontrada mediante un procedimiento muy sencillo (mucho más fácil que el procedimiento necesario para determinar la solución propuesta por d'Hondt). Como se indica en la Tabla 2 (correspondiente a Lleida 2003), se parte del número de votos obtenidos por cada uno de los partidos con derecho a representación parlamentaria; se determina la solución ideal, repartiendo los escaños correspondientes a la provincia de forma proporcional a los votos obtenidos por cada uno de esos partidos; se especifican sus aproximaciones enteras, es decir los números enteros más cercanos (por defecto y por exceso) a la solución ideal, y se calculan los errores correspondientes a cada una de las aproximaciones enteras (es decir los valores absolutos de sus diferencias con la solución ideal). La solución correcta se obtiene entonces partiendo del más pequeño de los errores absolutos y procediendo por or-

den, de menor a mayor error, para asignar a cada partido la solución con mínimo error que sea compatible con el número total de escaños que deben ser distribuidos.

En el caso de Lleida (tabla 2), el menor de los errores absolutos es 0,05, que corresponde a asignar 3 escaños a ERC, lo que constituye el primer elemento de la solución. El menor de los errores absolutos correspondientes a los demás partidos es 0,33, que corresponde a asignar 1 escaño a ICV, el segundo elemento de la solución. El menor de los errores restantes es 0,36, que corresponde a asignar 6 escaños a CiU; le sigue 0,44, que corresponde a asignar 3 escaños al PSOE. Como el número total de escaños a asignar es 15, al PP se le deben asignar los 2 escaños restantes (única asignación compatible con las ya realizadas), con lo que se completa la solución correcta para la distancia euclídea.

En casos extremos, cuando el número de escaños a repartir es muy pequeño, la solución óptima puede depender de la distancia elegida, pero en la práctica, con el número de escaños por circunscripción que se utilizan en España, la solución óptima es independiente de la medida de distancia elegida, y distinta de la que proporciona la ley d'Hondt.

#### ► Por respeto a la Constitución, las leyes deberían ser modificadas

La ley electoral define el número total de escaños del Parlamento, su distribución por circunscripciones, el porcentaje mínimo de votos exigido, y el procedimiento utilizado para distribuir los escaños entre los partidos que superan ese umbral. Los tres primeros de estos aspectos deben ser el resultado de una negociación política en la que es necesario valorar argumentos muy diversos. Sin embargo, el último elemento, el procedimiento utilizado para la asignación de escaños, es la solución a un problema matemático, y debe ser discutido en términos matemáticos.

El mandato constitucional de distribuir los escaños de cada circunscripción "atendiendo a criterios de representación proporcional" tiene, para cada función de distancia, una única solución matemáticamente correcta. En la práctica, con el número de escaños que se distribuyen en España en cada circunscripción, la solución no depende del criterio de aproximación que quiera utilizarse. Esta solución óptima es muy fácil de implementar, y no es la que actualmente se utiliza. Por respeto a los ideales democráticos consagrados en la Constitución, nuestras leyes electorales deberían ser adecuadamente modificadas.

José Miguel Bernardo es catedrático de Estadística. Los detalles matemáticos pueden ser consultados en *Proportionality in parliamentary democracy: An alternative to Jefferson-d'Hondt rule*. J. M. Bernardo (2004). Universidad de Valencia.

"Niños de la Calle" de Guatemala, India, Sudán...

HOY la calle.  
MAÑANA la cárcel @ un oficio con su ayuda

Foto: The Salesian Bulletin/Benny Gool

#### DONATIVOS

"BBVA" cta. cte. nº 0182/7594/37/0209612836.  
"BSCH" cta. cte. nº 0049/2710/77/2814107477.

MISIONES SALESIANAS

Madrid: 28008, Ferraz, 81, Tel. 91 455 17 20.  
Barcelona: 08028, G.V. Carlos III, 53, 3º, 2ª Tel. 93 491 49 34.  
e-mail: procura@misionessalesianas.org